Mémoriser les propriétés géométriques

Pour les candidats au CRPE modérément amis avec les mathématiques, la masse des propriétés à mémoriser pour effectuer les démonstrations pouvant être proposées au concours est parfois effrayante... comment s'y prendre ?

Une première approche consiste à tenter de mémoriser les théorèmes de géométrie comme une fable de La Fontaine ou la tirade du nez...

Ce n'est pas très facile quand le texte à apprendre ressemble à ça :

Par ailleurs, même si on parvient à mémoriser ainsi la totalité des propriétés, ça n'aide pas beaucoup à retrouver l'extrait dont on a besoin dans la démonstration qu'on cherche à rédiger.

Face à l'aridité du texte, il est tentant, puisqu'il s'agit de géométrie, de se rabattre sur des figures.

Sur ce croquis, on voit un triangle, deux droites qui semblent parallèles, et les milieux de deux côtés du triangle.

Faire ce genre de dessin aide certainement à se souvenir qu'il y a des propriétés qui parlent de triangle, de milieux des côtés, et de parallèles. En revanche, cela n'aide pas à retenir avec précision ce que disent ces propriétés.

Une propriété géométrique n'est pas simplement la description d'un dessin, c'est un outil qui permet, à partir de certaines informations connues de déduire d'autres informations nouvelles.

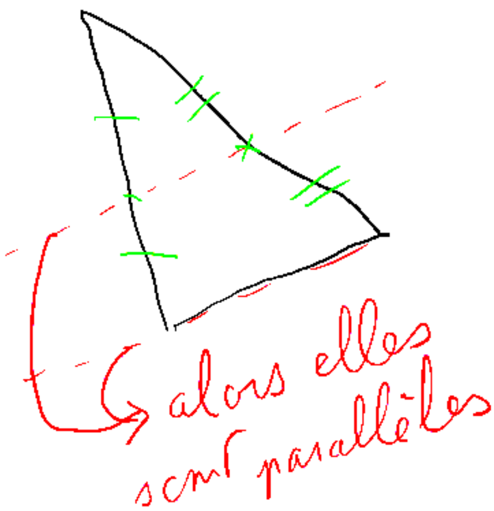
Le principal défaut du dessin précédent est qu'il ne permet pas de distinguer ce qui est connu de ce qu'on peut déduire.

Une façon de dépasser cette limite des figures consiste à adopter un code qui distingue nettement ce qui est connu au départ de ce qu'on déduit.

Sur l'exemple ci-contre, on a adopté la convention suivante : ce qui est connu au départ est en vert, ce qui est déduit est en rouge.

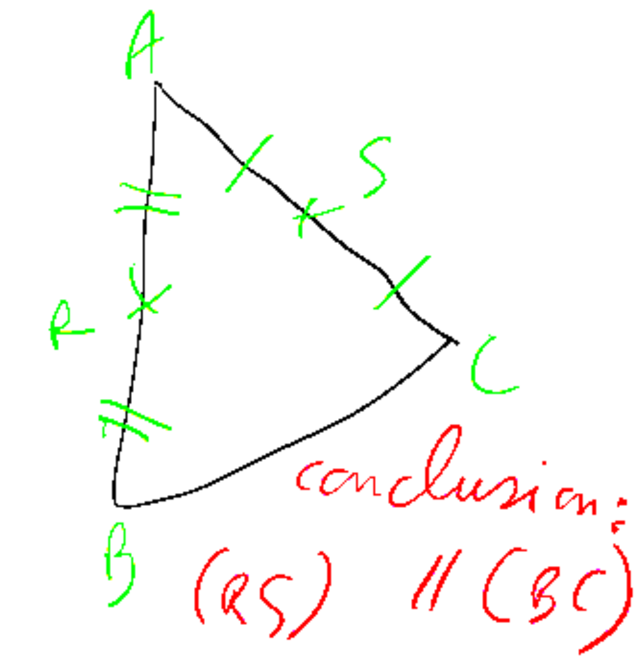
Ce dessin illustre donc exclusivement la propriété :

Si une droite passe par les milieux de deux côtés d'un triangle,
alors elle est parallèle au troisième côté.



On peut aussi utiliser le code suivant : ne dessiner que ce qui est connu au départ, ce qui est déduit ne figurant que sous forme de texte.

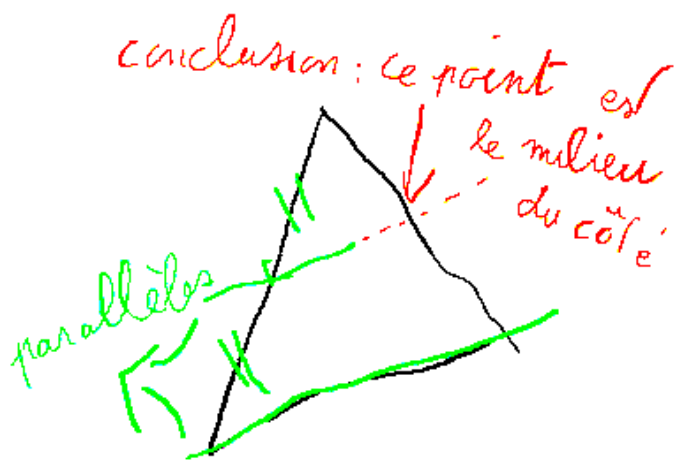
Cela permet peut-être de mieux distinguer encore ce qui est connu (qu'on voit sur le dessin) de ce qui est déduit (qui n'est pas dessiné).



En revanche, cela place dans des conditions assez éloignées de celles qu'on rencontre au moment où l'on rédige une démonstration : quand on cherche à démontrer que deux droites sont parallèles, on voit généralement des droites parallèles sur la figure...et l'on doit s'efforcer de garder à l'esprit qu'on ne sait pas encore qu'elles le sont.

Quel que soit le codage adopté, l'important est qu'il permette de distinguer la propriété précédente de celle qui est illustrée ici, qui peut s'énoncer :

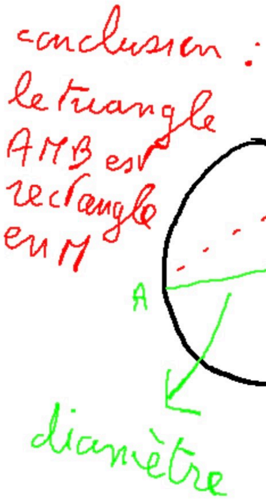
Si une droite passe par le milieu d'un côté d'un triangle et est parallèle à un deuxième côté,
alors elle passe par le milieu du troisième côté.

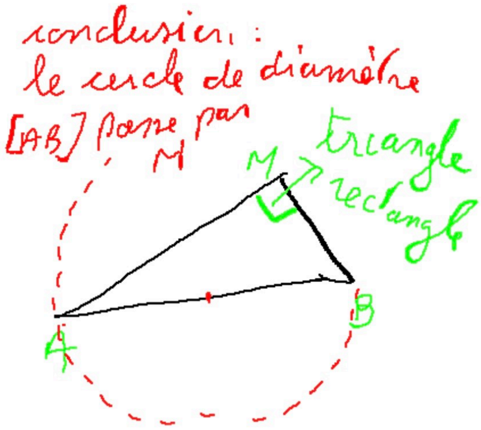


Les paires de propriétés qui, comme les deux précédentes, parlent de la même configuration, mais inversent ce qui est connu et ce qu'on déduit sont assez nombreuses (on dit alors que chaque propriété est la réciproque de l'autre).

Il est essentiel de distinguer deux propriétés réciproques. L'utilisation d'une propriété à la place de sa réciproque est une erreur fréquente (et sanctionnée) dans les problèmes de démonstration.

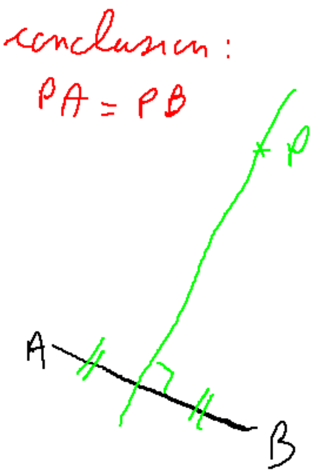
Quelques exemples :

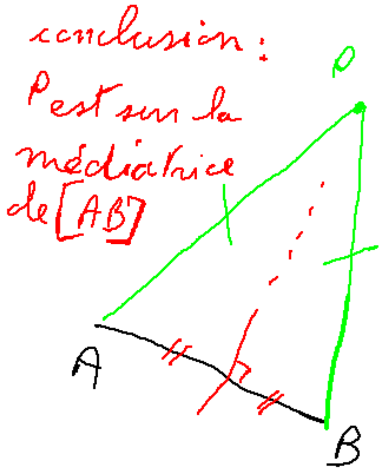




Si un point M est sur le cercle de diamètre [AB],
alors le triangle AMB est rectangle en M.

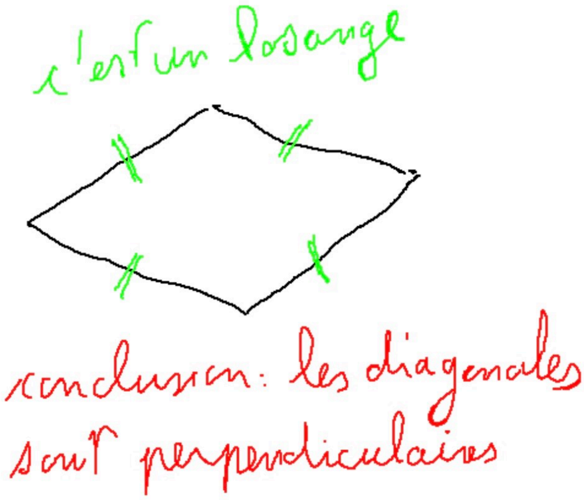
Si le triangle AMB est rectangle en M,
alors M est sur le cercle de diamètre [AB].

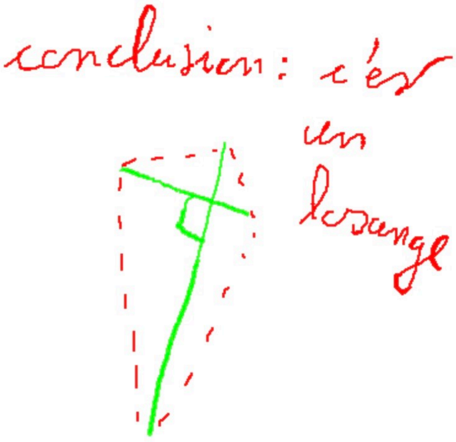




Si un point est sur la médiatrice d'un segment,
alors il est à la même distance des extrémités de ce segment.

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment,
alors il est situé sur la médiatrice de ce segment.





La propriété illustrée à gauche est vraie.
Si un quadrilatère est un losange,
alors ses diagonales sont perpendiculaires.

En revanche, la propriété illustrée à droite est fausse : si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires, il n'est pas certain que ce quadrilatère soit un losange.

Ce dernier exemple illustre le fait que la réciproque d'une propriété vraie n'est pas forcément vraie, ce qui confirme toute l'importance de distinguer clairement les conditions nécessaires pour utiliser une propriété et les faits nouveaux que cette propriété permet de déduire.

Voici un autre exemple de propriété vraie dont la réciproque est fausse :

Si un quadrilatère est un carré, alors ses quatre côtés sont égaux... VRAI

Si un quadrilatère a quatre côtés égaux alors c'est un carré... FAUX